



1. 小数除法的计算方法

(1) 小数除以整数。

除数是整数的小数除法,按照整数除法的计算方法计算,商的小数点和被除数的小数点对齐,需要注意的是,如果除到被除数的末尾仍有余数,就在余数后面添“0”继续除。

例如:计算 $22.6 \div 4$ 的方法如下:

$$\begin{array}{r} 5.65 \\ 4 \overline{) 22.6} \\ \underline{20} \\ 26 \\ \underline{24} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

商的小数点和被除数的小数点对齐。

添“0”继续除。

(2) 整数除以整数。

整数除以整数,商的整数部分不够商1时,需要在被除数的个位的右下角点上小数点,在小数点后添上“0”再除。需要注意的是,因为整数部分不够商1,要在商的个位用“0”占位,并在“0”的右下角点上小数点。

例如:计算 $15 \div 60$ 的方法如下:

$$\begin{array}{r} 0.25 \\ 60 \overline{) 15.0} \\ \underline{120} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array}$$

商的个位用“0”占位。

在被除数个位的右下角点上小数点,添“0”再除。

(3) 小数除以小数。

小数除以小数,先移动除数的小数点,使它变成整数;除数的小数点向右移动几位,被除数的小数点也向右移动几位(位数不够的,在被除数的末尾用“0”补足),然后按照除数是整数的小数除法进行计算。

例如:计算 $3.75 \div 1.5$ 的方法如下:

$$\begin{array}{r} 2.5 \\ 1.5 \overline{) 3.75} \\ \underline{30} \\ 75 \\ \underline{75} \\ 0 \end{array}$$

被除数和除数的小数点同时向右移动一位。

2. 求积、商的近似值

(1) 求积的近似值时,一般要先算出正确的积,再根据题目要求用四舍五入法取近似值,即看要保留数位的下一位符合“四舍”还是“五入”。

(2) 求商的近似值时,先看要保留到哪一位,计算时,根据需要保留的位数,只要多除出一位即可,这一位上的数是4或比4小,便“四舍”;是5或比5大,便“五入”。

注意:求近似值时,近似值末尾的0不能舍去。如将8.796保留两位小数是8.80,虽然末尾是0,但不能舍去。

(3) 用“进一法”或“去尾法”取近似值。在实际问题中,有时要用“进一法”或“去尾法”取近似值。“进一法”就是把一个数的尾数省略后,不管尾数最高位上是几,都要向前一位进1,如“用油桶装油”问题。“去尾法”就是把一个数的尾数省略后,不管尾数最高位上是几,都要舍去,如“裁布制衣”问题。

例如:精品屋买来35 m长的红丝线做中国结,做一个中国结用1.6 m红丝线,求这些红丝线可以做多少个中国结,列式是 $35 \div 1.6 \approx 21$ (个),这道题用“去尾法”取近似值,即这些红丝线最多可以做21个中国结。

3. 循环小数

(1) 循环小数:从小数部分的某一位起,一个数字或几个数字依次不断重复出现,这样的小数叫作循环小数。一个循环小数依次不断重复出现的数字,叫作这个循环小数的循环节。

(2) 循环小数的写法。写循环小数时,小数的循环部分可以写出两个循环节,然后加上“...”,如3.2525...,4.6879879...;也可以只写一组循环节,并在循环节的首位和末位上各点一个小圆点,如3.2525...可以写成3.25,4.6879879...可以写成4.6879。

4. 小数四则混合运算

小数四则混合运算的顺序和整数四则混合运算的顺序完全相同。



典型例题分析

例1:李阿姨从美国给女儿芳芳汇来740美元,如果100美元可兑换657.93元人民币,那么这些钱可以兑换多少元人民币?(得数保留两位小数)

分析:方法一:每100美元可兑换657.93元人民币,可先看740美元里有多少个100美元,再乘657.93即可。

方法二:先算出1美元可兑换多少元人民币,再乘740即可。

解答:方法一: $740 \div 100 \times 657.93 \approx 4868.68$ (元)

方法二: $657.93 \div 100 \times 740 \approx 4868.68$ (元)

例2:用简便方法计算 $3.17 \times 2.5 + 7.5 \times 3.17$ 。

分析:通过观察可知,在两组乘法算式中都有相同的乘数 3.17,可运用乘法分配律的逆运算进行计算。整数混合运算的一些简便算法在小数混合运算中同样适用。

解答: $3.17 \times 2.5 + 7.5 \times 3.17$
 $= 3.17 \times (2.5 + 7.5)$
 $= 3.17 \times 10$
 $= 31.7$



错例1 列竖式计算。

$$43.2 \div 18 = 24$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 18 \overline{) 43.2} \\ \underline{36} \\ 72 \\ \underline{72} \\ 0 \end{array}$$

$$27.45 \div 0.009 = 305$$

$$\begin{array}{r} 305 \\ 0.009 \overline{) 27.45} \\ \underline{27} \\ 45 \\ \underline{45} \\ 0 \end{array}$$

错解分析:在除法中,商的小数点要和被除数的小数点对齐,第1题忘了点小数点。在计算除数是小数的除法时,先移动除数的小数点,把除数变成整数,除数的小数点向右移动几位,被除数的小数点也要向右移动几位,位数不够用0补足。在第2题中,除数的小数点向右移动了三位,而被除数的小数点只向右移动了两位,得出的商与原来的商不相等。

正确解答: $43.2 \div 18 = 2.4$

$$\begin{array}{r} 2.4 \\ 18 \overline{) 43.2} \\ \underline{36} \\ 72 \\ \underline{72} \\ 0 \end{array}$$

$$27.45 \div 0.009 = 3050$$

$$\begin{array}{r} 3050 \\ 0.009 \overline{) 27.450} \\ \underline{27} \\ 45 \\ \underline{45} \\ 0 \end{array}$$

(对应训练参见学生用书第一周复习第三题第2小题内容)

错例2 两数相除的商是 8.04,保留一位小数是(8)。

错解分析:本题错在把求得的近似值末尾的0省略了。在求近似值时,如果要保留的末位数字是0,不能根据小数的性质,将末尾的0省略,省略了0虽然没有改变小数的大小,但改变了小数的意义和计数单位。

正确解答:8.0

(对应训练参见学生用书第二周复习第一题第2小题内容)

考前
梳理

第二单元 轴对称和平移



1. 轴对称图形

(1) 一个图形沿着一条直线对折,两侧的图形能够完全重合,这个图形就是轴对称图形。

(2) 对称轴的条数:一个轴对称图形,它的对称轴有的是一条,有的是多条。

(3) 以虚线为对称轴画出图形的另一半。可以先找出图上每条线段的端点,再借助对称思想,找到与这些点对称的点,依次连接各个对称点,从而得出轴对称图形的另一半。原来给出的图形是轴对称图形的一部分,对称轴在图形上。

(4) 以虚线为对称轴画出图形的轴对称图形。画的方法和第(3)条一样,不同的是原来给出的图形是一个完整的图形,对称轴在图形之外。

2. 平移

(1) 判断平移的方向和距离:判断平移的方向,最主要的是确定原图的位置,按箭头指向就可以准确判断原图平移的方向。判断平移的距离,要看图形的每一组对应点平移了多少格,原图的任意一边或一点平移了几格,整个图形就平移了几格。

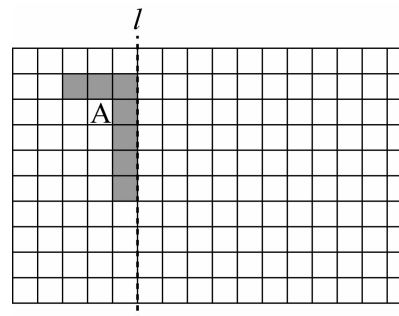
(2) 在方格纸上画简单图形平移后的图形的方法:按顺序找出所画图形的几个关键点(或线段),按要求平移相应的格数,然后再把这些点(或线段)顺次连接起来。

利用轴对称和平移的方法可以设计美丽的图案。



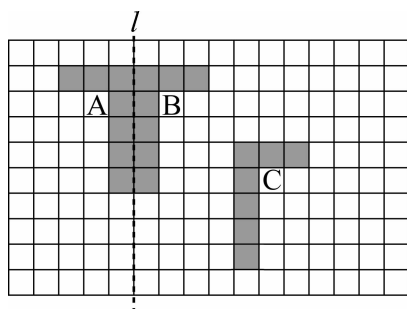
典型例题分析

例1:以直线 l 为对称轴画出图形 A 的轴对称图形 B,再画出把图形 B 向右平移 4 格、向下平移 3 格后的图形 C。

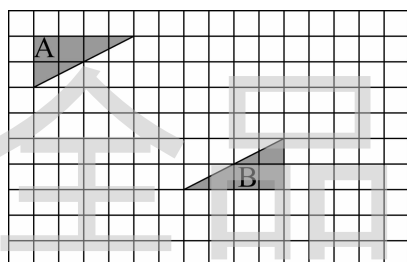


分析:画图形 B 时找好图形 A 的各个关键点,在直线 l 的右侧找好这些关键点的对称点,顺次连接起来得到图形 B。找好图形 B 的一条线段,将它先向右平移 4 格、向下平移 3 格后,再根据图形 B 各关键点与这条线段的位置关系,画出平移后的各个关键点,顺次连接得到图形 C。

解答:画出的图形 B 和图形 C 如下图。



例 2:如下图,图形 A 怎样平移能与图形 B 拼成一个长方形?



分析:先画出与图形 B 拼成长方形的另一半图形的位置,再看图形 A 经过怎样的平移才能与这个图形重合。

解答:先向下平移 4 格,再向右平移 6 格;或者先向右平移 6 格,再向下平移 4 格。

容错展板

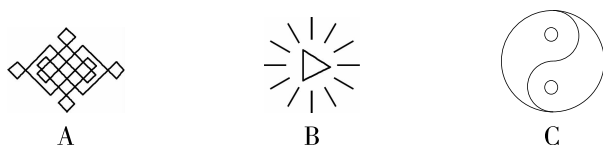
错例 1 右图中的房子①向下平移(2)格就得到了房子②。

错解分析:本题错在把两个图形之间的空格数当成了平移的格数。原图形和平移后得到的新图形之间的空格是 2 个,并不是指将原图形平移 2 格就能得到新图形。在房子①中任意确定一点,沿着平移的方向平移到房子②中相对应的点处,会发现房子①向下平移了 5 格。

正确解答:5

(对应训练参见学生用书第二单元测试第一题第 5 小题内容)

错例 2 下面的图形中,(B)不是轴对称图形。



错解分析:本题错在没有理解轴对称图形的特征。A 和 B 是轴对称图形,对折后可以重合。C 不是轴对称图形,无论怎样对折,都无法重合。

正确解答:C

(对应训练参见学生用书第二单元测试第一题第 1 小题内容)

考前
梳理

第三单元 倍数与因数

复习驿站

1. 倍数、因数相依存

倍数与因数:自然数 a (a 不为 0) 乘自然数 b (b 不为 0), 所得的积 c 就是 a 和 b 的倍数, a 和 b 是 c 的因数。

注意:我们只在自然数(0 除外)范围内研究倍数和因数。倍数与因数是相互依存的关系,在说明倍数与因数时应该说明哪个数是哪个数的倍数,哪个数是哪个数的因数。另外,一个数的倍数的个数是无限的,一个数的因数的个数是有限的。

2. 探索活动知识多

(1) 2 的倍数的特征:个位上的数字是 0, 2, 4, 6, 8 的自然数。

(2) 5 的倍数的特征:个位上的数字是 0 或 5 的自然数。

(3) 偶数:是 2 的倍数的自然数。

(4) 奇数:不是 2 的倍数的自然数。

(5) 既是 2 的倍数,又是 5 的倍数的特征:个位上的数字是 0 的自然数。

(6) 3 的倍数的特征:自然数的各个数位上数字之和是 3 的倍数的自然数。

注意:(1) 同时是 2 和 3 的倍数的特征:个位上的数字是 0, 2, 4, 6, 8 的自然数,并且各个数位上的数字的和是 3 的倍数。

(2) 同时是 3 和 5 的倍数的特征:个位上的数字是 0 或 5 的自然数,并且各个数位上的数字的和是 3 的倍数。

(3) 同时是 2, 5, 3 的倍数的特征:个位上的数字是 0 的自然数,并且各个数位上的数字的和是 3 的倍数。

3. 因数、质数要会找

(1) 找因数。

① 运用乘法找因数:找一个自然数的因数就是把这个数有序地写成两个自然数乘积的形式,这些两两相乘的自然数就是这个数的因数。

② 运用除法找因数:找一个数的因数时,可以用这个数分别除以不大于它本身的所有非零自然数,如果所得的商是自然数,那么除数和商就是这个自然数的因数。

③ 一个数的因数的个数是有限的,其中最小的因数是 1,最大的因数是它本身。

(2) 质数和合数。

① 质数:只有 1 和它本身两个因数。

②合数:除了1和它本身之外还有别的因数,至少有3个因数。

③1既不是质数也不是合数。



典型例题分析

例1:请写出100以内9的所有倍数。

分析:先用 $100 \div 9 = 11 \cdots 1$,说明100以内9的倍数为11个。用9分别乘1~11这11个连续自然数,得到的积就是100以内9的所有倍数。

解答:9,18,27,36,45,54,63,72,81,90,99。

例2:把下面的数填在合适的方框里,并完成下面各题。

4	6	12	15	18	30	32	36	45	60	63	78	120
2的倍数				3的倍数				5的倍数				

既是2的倍数又是3的倍数的有:_____

既是2的倍数又是5的倍数的有:_____

既是3的倍数又是5的倍数的有:_____

同时是2,5,3的倍数的有:_____

分析:此题考查的是2,5,3的倍数的特征以及同时是2,3或2,5或3,5或2,5,3倍数的数的特征。

解答:2的倍数:4,6,12,18,30,32,36,60,78,120

3的倍数:6,12,15,18,30,36,45,60,63,78,120

5的倍数:15,30,45,60,120

既是2的倍数又是3的倍数的有:6,12,18,30,36,60,78,120

既是2的倍数又是5的倍数的有:30,60,120

既是3的倍数又是5的倍数的有:15,30,45,60,120

同时是2,5,3的倍数的有:30,60,120

例3:把12个苹果装在盘子里,每个盘子里装的同样多,有几种装法?每种装法各需要几个盘子?如果有11个苹果呢?

分析:这道题可以通过找自然数的因数的方法来解决。因为 $12 = 1 \times 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4$,12有1,2,3,4,6,12这六个因数,最多有6种方法,但由条件可知最少应该有2个盘子,所以有5种不同的装法。11只有1和11两个因数,放在1个盘子里又不符合题意。

解答:12个苹果有5种装法。分别是每盘装1个,装12盘;每盘装2个,装6盘;每盘装

3个,装4盘;每盘装4个,装3盘;每盘装6个,装2盘。

11个苹果只有1种装法,每盘装1个,装11盘。



错例1 用18个边长1cm的正方形拼成长方形,有(2)种不同的拼法。

错解分析:本题主要错在没有找全所有的可能。用18个边长1cm的正方形拼成长方形,可以找出18的所有因数。因为 $18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$,第一种:每排摆1个,摆18排;第二种:每排摆2个,摆9排;第三种:每排摆3个,摆6排。从中可以看出一共有3种不同的拼法。

正确解答:3

(对应训练参见学生用书第五周复习第一题第7小题内容)

错例2 1043至少减去(1)就是3的倍数,至少加上(7)才是5的倍数。

错解分析:本题错误是由于没有灵活运用3和5的倍数的特征来解题。1043中 $1+0+4+3=8$,8至少减去2就是3的倍数,所以1043至少减去2就是3的倍数。1043的个位上的数是3,如果个位上的数是0或5时,就是5的倍数。所以至少加上2就是5的倍数。

正确解答:2 2

(对应训练参见学生用书第三单元测试第一题第7小题内容)

错例3 一盒乒乓球,平均分给5个或6个小朋友都剩1个。已知这盒乒乓球不超过40个,这盒乒乓球有多少个?

错误解答: $5+6+1+1=13$ (个)

答:这盒乒乓球有13个。

错解分析:错误理解了题意,这道题考查的是倍数的问题。平均分给5个或6个小朋友都剩1个,那么乒乓球的总个数减去1后既是5的倍数又是6的倍数,又因为这盒乒乓球不超过40个,所以总个数应是30再加上1。

正确解答:5的倍数有5,10,15,20,25,30,35,...

6的倍数有6,12,18,24,30,36,...

因为这盒乒乓球不超过40个,

$30+1=31$ (个)

答:这盒乒乓球有31个。

(对应训练参见学生用书第三单元测试第二题第1小题内容)

复习驿站



同学们，在《多边形的面积》这一单元你们都学会了哪些知识呢？

我学会了比较图形面积的方法。



1. 数方格法。

这是最基本的方法，借助方格纸，直接判断图形面积的大小。

2. 平移、重合进行比较。

通过平移或旋转后再平移，使图形重叠进行比较。

3. 直接计算图形的面积进行比较。



画图形的高的方法。

1. 三角形只有三条高，平行四边形和梯形都有无数条高。

2. 高和底之间的关系是对应的。

3. 用三角板画平行四边形、梯形、三角形的高。

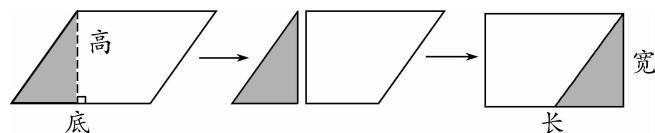
从一个顶点向底引垂线，与底垂直的线段就是高。

注意：平行四边形可以从边上任意一点向对边画垂线，画出的这些线段都是高。



平行四边形、三角形、梯形面积的探索过程。

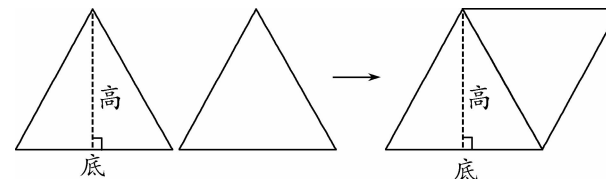
1. 平行四边形面积计算公式的由来。



如上图，将一个平行四边形沿着高剪开，拼补成一个长方形，那么长方形的宽就是平行四边形的高；长方形的长就等于平行四边形的底；长方形的面积计算公式是“长×宽”，所以平行四边形的面积计算公式就是“底×高”。如果用 S 表示平行四边形的面积，用 a 和 h 分

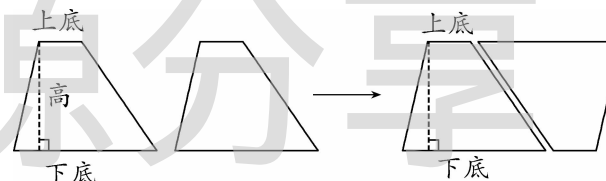
别表示平行四边形的底和高，那么平行四边形的面积计算公式可以写成： $S = ah$ 。

2. 三角形面积计算公式的由来。



如上图，两个完全一样的三角形可以拼成一个平行四边形，拼成的平行四边形的底是三角形的底，高是三角形的高，而且平行四边形的面积是三角形面积的 2 倍，所以三角形面积计算公式是底×高÷2，用字母表示是 $S = ah \div 2$ 。

3. 梯形面积计算公式的由来。



如上图，两个完全一样的梯形可以拼成一个平行四边形，拼成的平行四边形的底是梯形的上底与下底之和，高是梯形的高。所以梯形的面积计算公式是（上底+下底）×高÷2，用字母表示是 $S = (a + b)h \div 2$ 。

我送给同学们几句话吧！



1. 计算未知图形的面积时，我们可以把未知图形转化为已知图形，运用转化的思想是探索平面图形面积计算的有效方法。
2. 等底等高的两个三角形面积是相等的，但是它们不一定能拼成一个平行四边形，只有完全一样的两个三角形才能拼成一个平行四边形。
3. 一个梯形的高不变，如果上底和下底都发生改变，但是只要上底与下底的和不变，梯形的面积也不变。



典型例题分析

例 1：一块平行四边形的广告牌，底是 11.5 m，高是 2 m。粉刷这块广告牌每平方米要用油漆 0.6 kg，至少需要准备多少千克油漆？

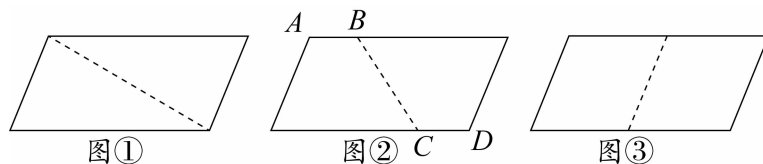
分析：要知道至少需要多少千克油漆，首先要知道平行四边形的面积，用平行四边形的底乘高求出面积，再乘每平方米用的油漆质量，即可求出需要多少千克油漆。

解答： $11.5 \times 2 \times 0.6 = 13.8$ (kg)

答：至少需要准备 13.8 kg 油漆。

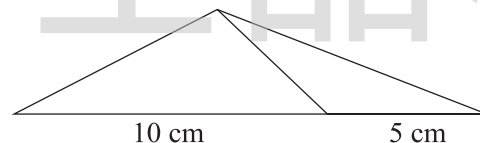
例 2: 把一个平行四边形剪成两个完全相同的图形,且没有剩余,可以剪成什么样的图形?

- 分析:** (1)如图①,沿对角线剪开,可以剪成两个完全相同的三角形。
 (2)如图②,可以剪成两个相同的梯形,注意要使 $AB = CD$ 。
 (3)如图③,连接两条对边的中点,可以剪成两个完全相同的平行四边形。



解答: 三角形、梯形或平行四边形。

例 3: 一个三角形的底边长 10 cm,若高不变,底延长 5 cm,则面积增加 10 cm^2 ,原来三角形的面积是多少?



分析: 解决本题可以从下面两种不同的角度思考问题。

方法一: 原来的三角形与增加的三角形的高是相等的,可以通过增加的三角形的面积与延长的底求出高,最后再求出原来三角形的面积。

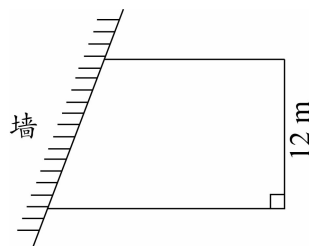
方法二: 从图中可以看出原来的三角形和后增加的三角形的高不变,原来三角形的底是 10 cm,后增加的三角形的底是 5 cm,所以后增加的三角形的面积是原来三角形面积的一半,直接用后增加的面积乘 2 就可以求出原来的三角形的面积。

解答: 方法一: $10 \times 2 \div 5 = 4 (\text{cm})$ $10 \times 4 \div 2 = 20 (\text{cm}^2)$

方法二: $10 \div 5 = 2$ $10 \times 2 = 20 (\text{cm}^2)$

答:原来三角形的面积是 20 cm^2 。

例 4: 如下图,李叔叔在墙的一侧用篱笆围成了一个鸡舍。篱笆长 42 m,这个鸡舍的面积是多少?



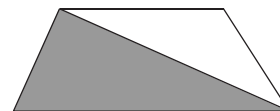
分析: 这个鸡舍是一个梯形,根据梯形的面积公式,本题已知梯形的高,再知道上、下底的和,就能求出梯形的面积。用篱笆的长减去鸡舍的高,就是梯形上、下底的和。

解答: $(42 - 12) \times 12 \div 2 = 180 (\text{m}^2)$

答:这个鸡舍的面积是 180 m^2 。

例 5: 如图,梯形的面积是 128 cm^2 ,上底是 12 cm,高是 8 cm。求阴影部分的面积。

分析: 阴影部分是一个三角形,它的高就是梯形的高,它的底就是梯形的下底。要求出梯形的下底,根据梯形的面积公式,用梯形的面积乘 2 除以高的商减去上底。



解答: $(128 \times 2 \div 8 - 12) \times 8 \div 2 = 80 (\text{cm}^2)$

答:阴影部分的面积是 80 cm^2 。



错题 1 一个直角三角形的三条边分别长 3 dm、4 dm 和 5 dm,这个三角形的面积是多少平方分米?

错误解答: $4 \times 5 \div 2 = 10 (\text{dm}^2)$

答:这个三角形的面积是 10 dm^2 。

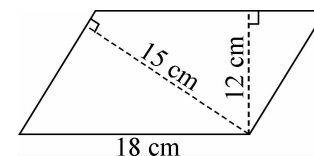
错解分析: 计算直角三角形的面积时一定要找准直角三角形的底和高。直角三角形的三条边,其中两条较短的边分别是直角三角形的底和高,最长的边是直角三角形的斜边,求直角三角形的面积可以用两条直角边相乘再除以 2。

正确解答: $3 \times 4 \div 2 = 6 (\text{dm}^2)$

答:这个三角形的面积是 6 dm^2 。

(对应训练参见学生用书第八周复习第二题第 6 小题内容)

错题 2 如下图,平行四边形一条底边长 18 cm,两条高分别是 15 cm 和 12 cm,这个平行四边形的面积是多少平方厘米?



错误解答: $18 \times 15 = 270 (\text{cm}^2)$

答:这个平行四边形的面积是 270 cm^2 。

错解分析: 计算平行四边形的面积时,一定要找准与指定的底边相对应的高,上图中平行四边形的底是 18 cm,和这条底相对应的高的长度是 12 cm,而不是 15 cm。

正确解答: $18 \times 12 = 216 (\text{cm}^2)$

答:这个平行四边形的面积是 216 cm^2 。

(对应训练参见学生用书第八周复习第二题第 3 小题内容)



1. 分数的再认识

把一个整体平均分成若干份,其中的一份或几份,可以用分数表示。由于分数对应的“整体”不同,所以分数所表示部分的大小和具体数量也不同,因此分数具有相对性。

2. 三类分数要分清

分类	举例	特点
真分数	$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \dots$	分子比分母小,真分数小于1。
假分数	$\frac{2}{2}, \frac{5}{4}, \frac{10}{7}, \dots$	分子比分母大或者分子和分母相等,假分数大于1或等于1。
带分数	$1\frac{1}{3}, 3\frac{5}{6}, 2\frac{4}{9}, \dots$	由整数和真分数组成。

3. 分数与除法的关系

- (1)分数与除法的关系:被除数÷除数= $\frac{\text{被除数}}{\text{除数}}$ (除数不等于0)。
- (2)带分数与假分数的互化。

①把假分数化成带分数,用分子除以分母,所得的商作带分数的整数部分,余数作分数部分的分子,分母不变。

例如: $\frac{9}{4}=9\div4=2\frac{1}{4}$ 。

②把带分数化成假分数,用整数部分与分母相乘的积再加分子作假分数的分子,分母不变。

例如: $2\frac{4}{9}=\frac{2\times9+4}{9}=\frac{22}{9}$ 。

4. 分数的基本性质

- (1)分数的基本性质:分数的分子和分母同时乘或除以相同的数(0除外),分数的大小不变。
- (2)运用分数的基本性质,可以把一个分数化成指定分母(或分子)而大小不变的分数。

5. 公因数与最大公因数

两个数或两个以上的数共有的因数叫作它们的公因数,其中最大的一个是它们的最大公因数。

6. 约分与最简分数

- (1)约分:把一个分数的分子、分母同时除以它们的公因数,分数的大小不变,这个过程叫作约分。
- (2)最简分数:分子、分母的公因数只有1,不能再约分了,这样的分数叫作最简分数。
- (3)化简分数的方法。

①分步约分:用分子、分母同时逐个除以两个数的公因数,直到分子、分母的公因数只有1。

②一次约分:用分子、分母同时除以它们的最大公因数。

例如:把 $\frac{12}{36}$ 约分。

$$\frac{12}{36}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\overset{4}{\cancel{12}}}{\overset{1}{\cancel{3}}\overset{12}{\cancel{36}}}=\frac{4}{3}$$
$$\frac{12}{36}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\overset{4}{\cancel{12}}}{\overset{1}{\cancel{3}}\overset{12}{\cancel{36}}}=\frac{4}{3}$$

7. 公倍数与最小公倍数

- (1)公倍数与最小公倍数:两个数或两个以上的数共有的倍数叫作这两个数的公倍数,其中最小的一个是它们的最小公倍数。
- (2)几个数的公倍数的个数是无限的,没有最大的公倍数,只有最小的公倍数。
- (3)分数大小的比较。

①通分:把分母不相同的分数化成和原来分数大小相等,并且分母相同的分数,这个过程叫作通分。通分一般用两个分数分母的最小公倍数作公分母。

例如:把 $\frac{5}{9}, \frac{7}{12}$ 通分。

$$\frac{5}{9}=\frac{5\times4}{9\times4}=\frac{20}{36}$$
$$\frac{7}{12}=\frac{7\times3}{12\times3}=\frac{21}{36}$$

②比较异分母分数大小的方法:先通分,化成分母相同的分数再比较大小。



典型例题分析

例 1:从甲地到乙地,张明用了 $\frac{2}{3}$ 时,李伟用了 $\frac{3}{4}$ 时,谁的速度快?

分析解答:因为 $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, $\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$,张明用的时间少,所以张明的速度快。

注意:在比较分数的大小时,有时可以根据实际情况,把分子变成相同的数再比较。

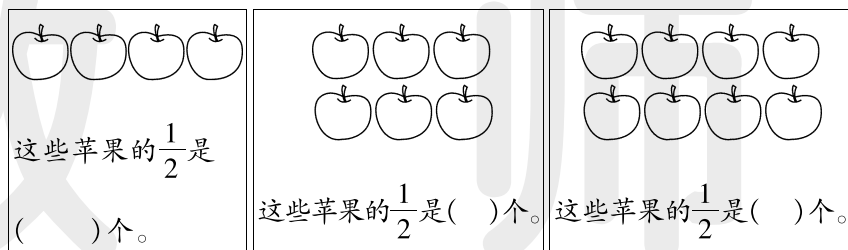
例 2:把下面的分数按从大到小的顺序排列起来。

$$\frac{3}{5} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{6}{11} \quad \frac{8}{13}$$

分析:上面几个分数的分母的最小公倍数非常大,通分起来比较麻烦。通过观察可以发现,四个分数中分子的最小公倍数是 24,可以把这四个分数变成分子相同的分数,即把分子“通分”。

解答: $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 8}{5 \times 8} = \frac{24}{40}$ $\frac{4}{9} = \frac{4 \times 6}{9 \times 6} = \frac{24}{54}$ $\frac{6}{11} = \frac{6 \times 4}{11 \times 4} = \frac{24}{44}$ $\frac{8}{13} = \frac{8 \times 3}{13 \times 3} = \frac{24}{39}$ 因为 $\frac{24}{39} > \frac{24}{40} > \frac{24}{44} > \frac{24}{54}$,所以 $\frac{8}{13} > \frac{3}{5} > \frac{6}{11} > \frac{4}{9}$ 。

例 3:



分析:这三幅图中,虽然都是求苹果的 $\frac{1}{2}$,但因为每堆苹果的总数不同,也就是整体不同,所以它们的 $\frac{1}{2}$ 的个数也不相同。

解答: 2 3 4

例 4:在括号里填上合适的数。

$$\frac{4}{7} = \frac{8}{()} \quad \frac{()}{25} = \frac{4}{5} \quad \frac{6}{9} = \frac{()}{()}$$

分析:此题考查分数的基本性质。第一组分数的分子扩大到原来的 2 倍,分母也应该扩

大到原来的 2 倍。第二组分数的分母缩小到原来的 $\frac{1}{5}$,分子也应该缩小到原来的 $\frac{1}{5}$ 。第三

组分数的分子和分母可以同时乘或除以相同的数(0 除外)。

解答: 14 20 $\frac{2}{3}$ (第三组答案不唯一)

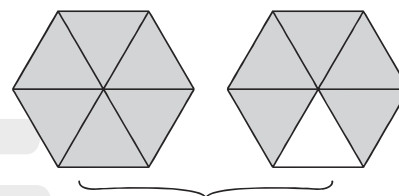
例 5:五(1)班站队列,如果站 5 排,正好站完,没有剩余;如果站 6 排,也正好站完,没有剩余。五(1)班最少有多少名同学?

分析:五(1)班同学如果站 5 排或站 6 排都没有剩余,那么班级人数肯定同时是 5 和 6 的倍数,也就是它们的公倍数。求最少有多少名同学,也就是求它们的最小公倍数。

解答: 5 和 6 的最小公倍数是 30,所以五(1)班最少有 30 名同学。



错例 1 下图中阴影部分用分数表示是($\frac{11}{12}$)。



错解分析:这道题弄错了整体“1”,这里的整体“1”是一个六边形,上图表示把一个六边形平均分成 6 份,两个六边形中阴影部分占 11 份。在写分数时用平均分的份数作分母,用有多少个这样的一份作分子。所以上图中阴影部分用分数表示应该是 $\frac{11}{6}$ 或 $1\frac{5}{6}$ 。

正确解答: $\frac{11}{6}$ 或 $1\frac{5}{6}$

(对应训练参见学生用书第十周复习第一题第 1 小题内容)

错例 2 一个长方形长 42 cm,宽 28 cm,把这个长方形分成边长最大且都是整厘米数的同样的正方形,正方形的边长是(7)cm。

错解分析:本题错在没有理解题意。本题正方形的边长既是 42 的因数,又是 28 的因数,而且是最大的一个,所以正方形的边长就是 42 和 28 的最大公因数 14,而不是 7。

正确解答: 14

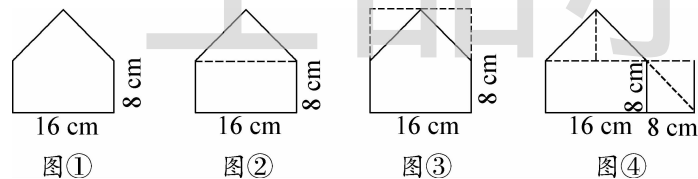
(对应训练参见学生用书易错易混专项复习第六题第 1 小题内容)



1. 组合图形面积的求法

求组合图形的面积时,要把图形的面积转化成几个已经学过的图形的面积的和或差,同时要找准题中的已知数据,从而顺利求出面积。常用的求组合图形的面积的方法有:分割法、添补法、割补法等。

例如:有一张边长 16 cm 的正方形纸,从一边的中点到它两个邻边的中点各画一条线段,并沿线段各剪去一个角(如图①),求剩余图形的面积。



解法一:分割法。把图①分成一个三角形和一个长方形(如图②)。三角形的三个顶点都是原来正方形的相应边的中点,所以三角形的底是 16 cm,高是 8 cm,面积是 $16 \times 8 \div 2 = 64$ (cm^2);长方形的长是 16 cm,宽是 8 cm,面积是 $16 \times 8 = 128$ (cm^2),因此这个组合图形的面积是 $64 + 128 = 192$ (cm^2)。

解法二:添补法。把图①剪去的两个角补上(如图③),成为一个边长 16 cm 的正方形,面积是 $16 \times 16 = 256$ (cm^2);补上的两个三角形的面积是 $8 \times 8 \div 2 \times 2 = 64$ (cm^2),所以图①的面积是 $256 - 64 = 192$ (cm^2)。

解法三:割补法。将图①上面的三角形沿着高分成两个小三角形,然后把这两个小三角形割下来,补到下面长方形的右边(如图④),就可以得到一个长为 $16 + 8 = 24$ (cm),宽为 8 cm 的长方形,所以图①的面积是 $24 \times 8 = 192$ (cm^2)。

2. 估计图形的面积

(1)可以采用数格子(边长 1 cm 的方格)的方法,数格子时,不满一格的可按半格来数。

(2)还可根据图形确定近似基本图,量出基本图中可用于计算面积的长度,进而算出面积。

3. 公顷、平方千米

(1)公顷:边长为 100 m 的正方形土地的面积,1 公顷的土地为 10000 m^2 ,相当于一个标准足球场的面积。

(2)平方千米:边长为 1000 m 的正方形土地的面积,1 km^2 的土地为 1000000 m^2 ,“平方千米”是比“公顷”还要大的面积单位,计算较大的土地面积一般用“平方千米”作单位。例如:我国的陆地面积大约是 960 万平方千米。

(3)平方米、公顷、平方千米之间的关系:

$$1 \text{ 公顷} = 10000 \text{ m}^2 \quad 1 \text{ km}^2 = 100 \text{ 公顷}$$

4. 购票方案与租车问题

(1)购票方案的确定:可根据人数的多少,价格的不同以及团体及优惠人数的多少,合理选择一种购票方案或几种方案结合起来购票。

(2)合理租车方案的确定:在游客人数、车辆类型、限乘人数、每辆车的价格确定后,还要使车辆空位尽量少。租车时,可以租同一类型的,也可以混合租车,然后算出总租金,比较后,找出最合适的方案。

例如:一个由两个家庭共 10 人(8 个大人,2 个小孩)组成的旅行团去某景点旅游,怎么购票最省钱?

个人票		团体票
成人	60 元/人	8 人及以上
儿童	20 元/人	45 元/人

根据条件可知,有三种购票方案,一是选个人票;二是选团体票;三是两种方式混合购买。买个人票需要的钱数是 $60 \times 8 + 20 \times 2 = 520$ (元),买团体票需要的钱数是 $45 \times 10 = 450$ (元),两种方式混合购票最少需要的钱数是 $45 \times 8 + 20 \times 2 = 400$ (元)。所以最省钱的购票方式是 8 个大人购买团体票,2 个小孩购买儿童票。

5. 图形中的规律

在观察图形时,要根据已知图形的前、后(或上、下)之间的关系,找出其中的规律,推导出后面的图形。

6. 尝试与猜想

在用列表法进行尝试与猜想时,一般采取逐一列表法,为了减少尝试的次数,也可以先

估计可能的范围,再用列表举例法,还可以采用取中列表法。

例如:停车场上停着小轿车和摩托车共 28 辆,这些车共有 82 个轮子。停车场上有小轿车和摩托车各多少辆?

(1)逐一列表法。

小轿车/辆	摩托车/辆	轮子数/个
1	27	58
2	26	60
3	25	62
4	24	64
...
13	15	82

即小轿车有 13 辆,摩托车有 15 辆。

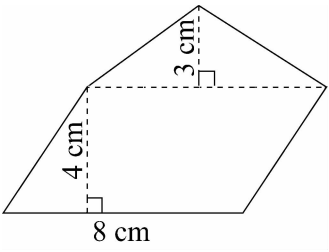
(2)先估计可能的范围,再用列表举例法。逐一举例时,为了减少举例的次数,可以先估计小轿车和摩托车数量的可能范围,再列表寻找问题的结果。如下表:

小轿车/辆	摩托车/辆	轮子数/个
1	27	58
5	23	66
10	18	76
15	13	86
14	14	84
13	15	82

即小轿车有 13 辆,摩托车有 15 辆。

典型例题分析

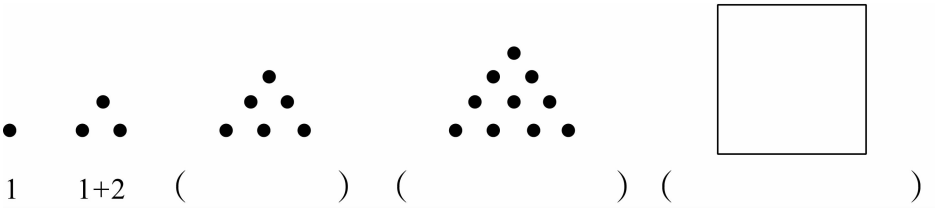
例 1:计算下面组合图形的面积。



分析:上图是由一个平行四边形和一个三角形组成的组合图形,三角形的底和平行四边形的底相同,分别求出三角形和平行四边形的面积,然后再相加求出组合图形的面积。

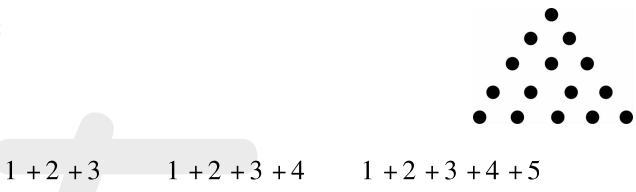
解答: $8 \times 4 + 8 \times 3 \div 2 = 44(\text{cm}^2)$

例 2:仔细观察点阵,在括号里填上适当的算式,并在后面的方框里接着画一画。



分析:观察点阵可以发现,随着点阵的变化,点阵中的点数也在发生变化。第一个点阵有 1 个点,第二个点阵比第一个点阵多了 2 个点,所以有 $1+2=3$ (个)点,第三个点阵比第二个多了 3 个点,所以是 $1+2+3=6$ (个)点。同理,第四个点阵是 $1+2+3+4=10$ (个)点,第五个点阵是 $1+2+3+4+5=15$ (个)点。

解答:



容错展板

错例 一块三角形土地的面积是 0.8 公顷,它的高是 80 m,底是多少米?

错误解答: $0.8 \text{ 公顷} = 80000 \text{ m}^2 \quad 80000 \times 2 \div 80 = 2000(\text{m})$

答:底是 2000 m。

错解分析:本题主要错在将公顷化成平方米时出错了。因为 $1 \text{ 公顷} = 10000 \text{ m}^2$,所以 0.8 公顷化成以平方米作单位的数时要用 $0.8 \times 10000 = 8000(\text{m}^2)$ 。

正确解答: $0.8 \text{ 公顷} = 8000 \text{ m}^2$

$8000 \times 2 \div 80 = 200(\text{m})$

答:底是 200 m。

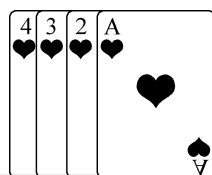
(对应训练参见学生用书第六单元测试第二题第 5 小题内容)



1. 事件发生的可能性相等,数学上叫等可能性。
2. 判断一个游戏规则是否公平,也就是看每种情况出现的可能性是否相等。每种情况出现的可能性相等,则游戏规则公平;不相等,则游戏规则不公平。
3. 可能性的大小与物体在总数中所占的数量有关。可能性越大,物体在总数中所占的数量越多;可能性越小,物体在总数中所占的数量越少。

典型例题分析

例 1:小明和小华用牌面数字分别为 1,2,3,4 的 4 张扑克牌玩游戏,他俩将扑克牌洗匀后,背面朝上放置在桌面上,若一次从中抽出两张牌的牌面数字之和为偶数,则小明获胜;反之,小华获胜。



(1)这个游戏公平吗?为什么?

(2)如果不公平,请你修改游戏规则,使这个游戏公平。

分析解答:(1)一次从中抽出两张牌,组成的数字之和有下面几种情况: $1+2=3$, $1+3=4$, $1+4=5$, $2+3=5$, $2+4=6$, $3+4=7$,其中偶数有 2 种情况,奇数有 4 种情况,两人获胜的可能性不相等,所以这个游戏规则不公平。(2)要使游戏规则公平,就要使双方赢的可能性相等,可以改为:若一次从中抽出两张牌的牌面数字之积大于 5,则小明获胜;反之,小华获胜。因为一次从中抽出两张牌,组成的数字之积有下面几种情况: $1\times 2=2$, $1\times 3=3$, $1\times 4=4$, $2\times 3=6$, $2\times 4=8$, $3\times 4=12$,积大于 5 和小于 5 各有三种情况,这样游戏规则就公平了。

例 2:盒子里有红色和绿色的小球,它们只是颜色不同。笑笑摸了 30 次,每次摸完后放回,摸到的情况如下表:

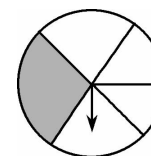
颜色	红色	绿色
次数	9	21

根据表中的数据推测,盒子里()色的小球可能多,()色的小球可能少。

分析解答:从摸球的结果来看,摸出红色的小球的次数比绿色的小球的次数少得多,这样可以推测,盒子里绿色的小球可能多,红色的小球可能少。



错例 1 如右图,这个转盘是亮亮设计的,游戏规则是这样的:转动转盘后,指针停在灰色区域,一方先开始;指针停在白色区域,另一方先开始。这个转盘游戏公平吗?



错误解答:公平

错解分析:此题错在没有注意设计游戏的公平性,两种颜色的区域面积不相等,显然这个游戏规则是不公平的。

正确解答:不公平

(对应训练参见学生用书第七单元测试第五题第 1 小题内容)

错例 2 袋子里共有 8 个球(只是颜色不同),其中红球 2 个,黄球 2 个,蓝球 4 个。小红和小华做摸球游戏,每次任意摸出一个球,摸后放回。每人摸 20 次,摸到红球小红得 1 分,摸到黄球小华得 1 分,摸到蓝球两人均不得分。摸完球后,小红得了 6 分,小华得了 4 分。这个游戏规则是(不公平)的。

错解分析:摸到红球与摸到黄球的可能性相等,而摸到红球小红得 1 分,摸到黄球小华得 1 分,因此对于他们来说,游戏规则是公平的。

正确解答:公平

(对应训练参见学生用书第七单元测试第一题第 3 小题内容)